

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации Шайна Екатерины Александровны на тему «Математическое моделирование процессов в стержневых системах с локализованными особенностями», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

С точки зрения прикладной математики, тематика, к области которой относится данная диссертационная работа, принадлежит к весьма актуальному направлению исследований, так как сочлененные стержневые системы являются составляющей частью современных шагающих роботизированных систем, в частности, биомиметических, экзоскелетных систем и т.п., см. например [Rummel, J., & Seyfarth, A. Stable running with segmented legs. *International Journal of Robotics Research*, 27 (2008), 919-934.; Ferreira, J., Moreira, A. P., Silva, M., & Santos, F. (2022). A survey on localization, mapping, and trajectory planning for quadruped robots in vineyards. In: 2022 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions (ICARSC) (pp. 237-242). IEEE.]. При этом учет локализованных масс (особенностей) является важным с конструктивной точки зрения. Данная диссертация обращается к проблеме с более фундаментальной точки зрения строго математического обоснования точных решений, которые могут служить тестовыми для дальнейшей разработки моделей, и дает как строгий математический базис (в рамках спектральной теории) для таких решений, так и сопутствующие численные алгоритмы, а также реагирующий их программный код. В совокупности это обеспечивает научную новизну, теоретическую и практическую значимости работы и полностью соответствует всем трем компонентам паспорта специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертация состоит из введения, трех глав и приложений, содержащих листинги программ, таблицы поэлементных сравнений точного

и приближенного решений тестовых задач, копию свидетельства государственной регистрации программы для ЭВМ.

Во **введении** отражено обоснование актуальности темы диссертации с точки зрения математических подходов, выдвинута цель исследования, указаны его область, объект и методы, сформулированы положения, выносимые на защиту, научная новизна, теоретическая и практическая значимости работы, сведения о публикациях и апробации и личном вкладе в них автора, а также приведен краткий обзор, соответствующий материалу автореферата, который, в свою очередь, полностью характеризует диссертацию.

Первая глава посвящена математической части исследования. Описана механическая структура, состоящая из сочлененных стержней, подверженных изгибу и кручению и соединенных набором пружин, а также допускающих размещение точечных масс, приводящих к особенностям в интегралах, задающих энергию системы. Следует отметить, что при построении модели малых колебаний явным образом учитывается кривизна стержней, что приводит к формулировке дифференциального уравнения четвертого порядка, то есть к более детальной модели по сравнению с классическим рассмотрением малых колебаний. Кроме того, система обобщена на случай включения в член со старшими производными производных по мере, что позволяет единообразным образом учесть наличие локализованных особенностей. Соответствующее внимание уделено также формулировке граничных условий для такой ситуации. Установлена единственность решения системы, соответствующей построенной модели и произведена оценка скорости роста собственных значений соответствующей спектральной задачи. На основе этих установленных фактов обоснована возможность применения метода разделения переменных для решения задачи о вынужденных колебаниях системы и доказана сходимость рядов Фурье, представляющих ее решение, а также корректность соответствующей модели колебаний стержневой системы. Заключает главу исследование

смешанной задачи для дифференциального уравнения первого порядка с инволюцией, рассматриваемой на геометрическом графе из двух ребер, одно из которых образует цикл, что может рассматриваться как упрощенный частный случай стержневой системы в отсутствие дисперсии при упругих механических процессах.

Содержание **второй главы** соответствует разделу «численные методы» паспорта специальности 05.13.18, в ней рассматривается адаптация метода конечных элементов для системы четвертого порядка с производными по мере на примере математической модели, исследованной в первой главе. Использован кусочно-полиномиальный базис с полиномами третьего порядка, что соответствует минимальным требованиям к моделям механических эластичных систем. Кроме того, возможное наличие особенностей учтено при расчете подходящим выбором шага сетки и локализации ее узлов, что позволяет пользоваться гладкими функциями вне точек особенностей и учитывать последние среди весовых множителей. Таким образом, задача сведена к алгебраической относительно весов базисных функций и произведена оценка погрешности такого представления решений. На этой основе описан практический алгоритм, сведенный к применению конечно-разностной схемы и произведена оценка скорости сходимости.

Третья глава приводит описание разработки программной реализации на языке Python для построенного алгоритма и результаты проведенных численных экспериментов. Для трех простых примеров с известными точными решениями рассматриваемой граничной задачи для координатной компоненты спектрального решения проведено их сравнение с приближенными на основе предложенного метода конечных элементов, иллюстрирующее адекватность последних. Комплекс программ для реализации численных экспериментов охарактеризован кратко, однако, наличие полного листинга программного кода в приложении дает всю необходимую информацию о его деталях.

В заключении представлены основные выводы по работе.

Вместе с тем, изложение материала не свободно от недостатков, основной тип которых можно охарактеризовать следующим образом: в словосочетании «математическое моделирование» автор фокусируется на «математическом» больше, чем на «моделировании». В частности,

- 1) словесное описание довольно нетривиальное для пружинно-стержневой системы, которую сложно визуализировать «в уме», обязательно следовало бы сопроводить рисунком (чертежом);
- 2) обзорная часть, обосновывающая актуальность и новизну задачи, в основном посвящена математическим работам в области функционального анализа мотивированным данным типом моделей, в то время как тому, чему, собственно, данные систем уравнений служат моделями, внимания практически не уделено;
- 3) представление результатов численного моделирования исключительно неряшливо: графики решений в главе 3 не подписаны по осям, на тех из них, где приведены точное и приближенное решение нет легенды, указывающей, какая кривая соответствует какому решению, на графиках погрешности не указано какая это погрешность – абсолютная или относительная, количество значащих цифр там, где приводятся численные данные, совершенно не скоординировано с погрешностями;
- 4) в списке литературы только 9 (из них одна публикация автора) источников из 92 относятся к изданиям, опубликованным на английском языке в международных изданиях; учитывая актуальность данной тематики в сфере моделирования механических систем, такое игнорирование мировой научной литературы выглядит крайне странным.

Вместе с тем, данные недостатки не ставят под сомнение достоверность и значимость математических результатов, полученных в работе, как с точки зрения аналитики, так и подтверждения численным расчетом.

Содержание диссертации базируется на трех основных публикациях, две из которых в издании, входившем в перечень ВАК по данной специальности на момент публикации статей автора (кроме того, они проиндексированы одной из двух основных реферативных баз математических публикаций – Zbmath, идентификаторы Zbl 1460.34029 и Zbl 1403.35179), одна – в издании, проиндексированном Scopus. Таким образом, формальные требования по публикациям выполнены. Результаты апробированы в виде докладов на ряде конференций.

Исходя из вышесказанного, можно заключить, что диссертационная работа содержит всю формально необходимую совокупность оригинальных научных результатов, обобщений и выводов согласно пп. 9–14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденном постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 (в редакции от 11.09.2021), предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Шайна Екатерина Александровна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук (05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), доцент, профессор кафедры физики и нанотехнологий, заведующий отделом теоретической физики Научно-исследовательского центра физики конденсированного состояния Курского государственного университета

Постников Евгений Борисович

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Курский государственный университет» (ФГБОУ ВО «Курский государственный университет»).
Почтовый адрес: ул. Радищева, 33, Курск, 305000
Телефон: +7 (4712) 51-04-69; электронная почта: postnicov@gmail.com
Согласен на обработку персональных данных

Подпись *Постников Е. Б.*
заверяю специалист по кадровой работе
Митрошенин В. В.
«30» 08 2022

